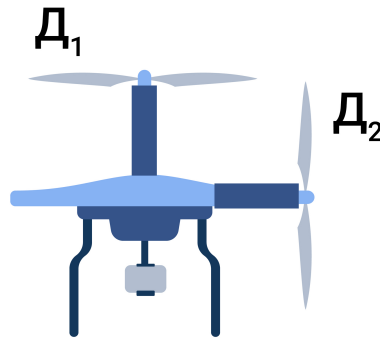


Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Дрон массой $m = 1$ кг оборудован двумя одинаковыми двигателями. Один из двигателей обеспечивает тягу в вертикальном направлении, а второй — в горизонтальном. Сначала включили двигатель D_1 , обеспечивающий вертикальную тягу, и через некоторое время дрон стал подниматься с постоянной скоростью $v = 2$ м/с. Далее включили двигатель D_2 , который обеспечивает горизонтальную тягу, не выключая при этом двигатель D_1 . Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².



Считайте, что двигатели создают равные по модулю силы тяги.

а) По какой траектории двигался дрон после включения двигателя D_2 ?

Ответ:

- По прямой
- По окружности
- По синусоиде
- ✓ По параболе

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Определите силу тяги, которую может обеспечить каждый из этих двигателей по отдельности. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целых.

Ответ: 10

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Определите скорость дрона через время $\Delta t = 0.1$ с после включения горизонтального двигателя D_2 . Ответ выразите в м/с, округлите до сотых.

Ответ: 2.24

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

г) Определите ускорение дрона после того, как вертикальный двигатель D_1 будет выключен и останется работать только горизонтальный D_2 . Ответ выразите в м/с², округлите до десятых.

Ответ: 14.1

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Так как до включения второго двигателя дрон поднимался с постоянной скоростью, сила тяги двигателя D_1 уравновешивает силу тяжести. После включения второго двигателя силы, действующие на дрон по вертикали, не изменились, значит, по вертикали он продолжил двигаться равномерно. Появление постоянной горизонтальной силы тяги приводит к появлению постоянного горизонтального ускорения. В результате горизонтальная компонента скорости дрона линейно растёт со временем. Это напоминает ситуацию с полётом тела, брошенного под углом к горизонту, с той лишь разницей, что во втором случае скорость по горизонтальной оси постоянна, а по вертикальной — линейно изменяется со временем. Траекторией движения дрона является парабола.

б) Так как дрон при отсутствии силы сопротивления воздуха и при включенном вертикальном двигателе поднимается с постоянной скоростью, второй закон Ньютона для этой ситуации записывается следующим образом:

$$F_{\text{тяги}} - mg = 0.$$

Получаем:

$$F_{\text{тяги}} = mg = 1 \cdot 10 = 10 \text{ Н.}$$

в) Вертикальная скорость подъёма $v_B = 2$ м/с.

После включения горизонтального двигателя появляется горизонтальное ускорение, определяемое вторым законом Ньютона:

$$a_{\Gamma} = \frac{F_{\text{тяги}}}{m} = \frac{10}{1} = 10 \text{ м/с}^2.$$

Следовательно, горизонтальная скорость дрона в момент времени Δt :

$$v_{\Gamma} = a_{\Gamma} \cdot \Delta t = 10 \cdot 0.1 = 1 \text{ м/с.}$$

В результате полная скорость дрона:

$$v = \sqrt{v_{\text{В}}^2 + v_{\Gamma}^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} \approx 2.24 \text{ м/с.}$$

г) После выключения вертикального двигателя на дрон действуют две силы: горизонтальная сила тяги двигателя и вертикальная сила тяжести. Их равнодействующая определяется с помощью теоремы Пифагора:

$$F = \sqrt{F_{\text{тяги}}^2 + (mg)^2} = \sqrt{10^2 + (1 \cdot 10)^2} \approx 14.1 \text{ Н.}$$

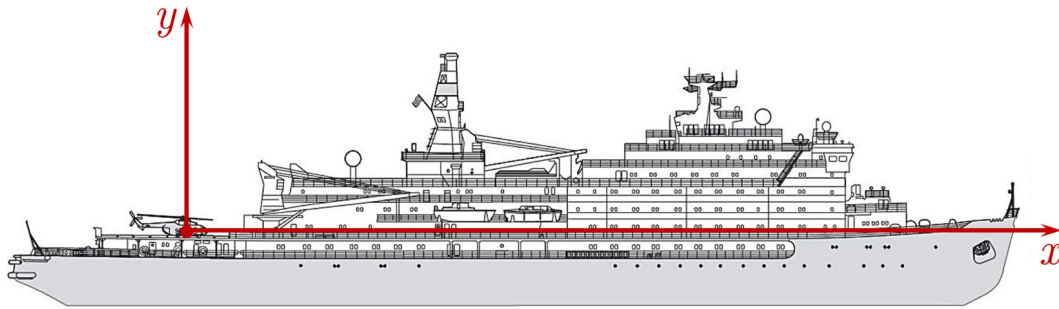
Ускорение дрона определяется из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m} = 14.1 \text{ м/с}^2.$$

**Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.
Пункты б, в)**

№ варианта	m , кг	$v_{\text{В}}$, м/с	Δt , с	$F_{\text{тяги}}$, Н	v , м/с
1	1	2	0.1	10	2.24
2	1.1	5	0.7	11	8.6
3	1.2	5	0.6	12	7.81
4	1.3	4	0.7	13	8.06
5	1.4	2	0.5	14	5.39
6	1.5	5	0.1	15	5.1
7	1.6	4	0.2	16	4.47
8	1.7	3	0.3	17	4.24
9	1.8	2	0.6	18	6.32
10	1.9	5	0.5	19	7.07
11	2	4	0.1	20	4.12
12	2.1	3	0.2	21	3.61
13	2.2	6	0.4	22	7.21
14	2.3	5	0.4	23	6.4
15	2.4	6	0.7	24	9.22
16	2.5	3	0.1	25	3.16
17	2.6	2	0.2	26	2.83
18	2.7	5	0.3	27	5.83
19	2.8	4	0.4	28	5.66
20	2.9	3	0.7	29	7.62

Задание 2. Вариант 1. С неподвижного ледокола для ледовой разведки взлетает беспилотник. Для определения его положения оператор выбрал следующую систему координат, связанную с кораблём: ось Ox он направил вдоль корпуса корабля от кормы к носу, ось Oy — вертикально вверх, а начало отсчёта совместил с точкой старта беспилотника. Согласно заложенной программе аппарат может двигаться только в плоскости $xу$.



По плану аппарат должен перемещаться по кратчайшей траектории между заданными точками, координаты которых указаны в таблице. В заданных точках аппарат должен быть в моменты времени, которые тоже указаны в таблице. Отсчёт времени начинается в момент старта аппарата.

Точка	O	A	B	C
Координата x , м	0	0	1000	0
Координата y , м	0	100	100	0
Время, с	0	10	60	110

а) Чему равен путь, который пролетел аппарат? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 2105

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Найдите скорость аппарата при перемещении между указанными точками. Ответ выразите в м/с, округлите до целых.

Ответ:

	Ответ	Критерий оценивания
б) O и A	10	точное совпадение ответа — 1 балл
в) A и B	20	точное совпадение ответа — 1 балл
г) B и C	20	точное совпадение ответа — 2 балла

д) В этом и следующем вопросах рассматривается другой полёт беспилотника, в ходе которого в тот момент, когда аппарат оказался в точке A , корабль начал двигаться в положительном направлении оси Ox со скоростью $v = 2$ м/с относительно льда. Считайте, что лёд неподвижен относительно воды и поверхности Земли.

Чему должна быть равна скорость аппарата относительно льда, чтобы он попал в точку B вовремя? Координаты аппарата по-прежнему определяются в системе отсчёта, связанной с кораблём. Ответ выразите в м/с, округлите до целых.

Ответ: 20

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

е) Чему должна быть равна скорость аппарата относительно льда, чтобы попасть из точки B в точку C вовремя в условиях движения ледокола, описанных в предыдущем вопросе? Ответ выразите в м/с, округлите до целых.

Ответ: 18

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

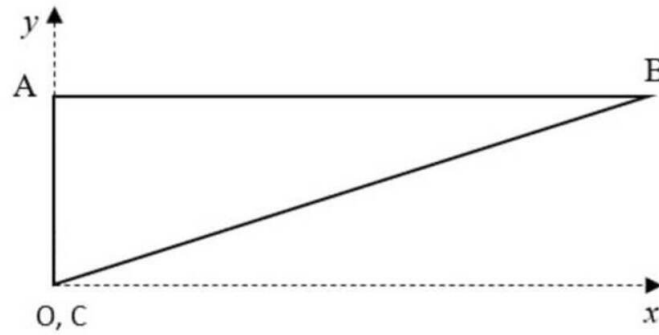
Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Для вычисления длины траектории сложим длины отрезков, соединяющих точки, заданные в таблице. В случае отрезка OA изменилась только координата Y , $L_{OA} = 100$ м. Для отрезка AB меняется только координата X , поэтому $L_{AB} = 1000$ м.

В случае отрезка BC меняются обе координаты. По условию аппарат движется по кратчайшей траектории, каковой является гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами, равными ΔX и ΔY . Тогда длина этого отрезка находится по теореме Пифагора:

$$L_{BC} = \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (Y_B - Y_C)^2} \approx 1005 \text{ м.} \quad (1)$$



Теперь сложим длины всех участков:

$$L = L_{OA} + L_{AB} + L_{BC} = 2105 \text{ м.}$$

б) Скорость аппарата можно найти по формуле:

$$v_{OA} = \frac{L_{OA}}{t_{OA}} = \frac{100}{10} = 10 \text{ м/с.}$$

в) Скорость аппарата можно найти по формуле:

$$v_{AB} = \frac{L_{AB}}{t_B - t_A} = \frac{1000}{60 - 10} = 20 \text{ м/с.}$$

г) Скорость аппарата можно найти по формуле:

$$v_{BC} = \frac{L_{BC}}{t_C - t_B} = \frac{1005}{110 - 60} = 20.1 \text{ м/с.}$$

д) Чтобы аппарат попал в точку B вовремя, его скорость относительно корабля должна остаться такой же, как и при неподвижном корабле. Тогда новая скорость будет равна:

$$v_{AB_1} = v_{AB} + v = 20 + 2 = 22 \text{ м/с.}$$

е) Чтобы ответить на этот вопрос, нужно найти проекции скорости аппарата на оси координат, а затем сложить их по теореме Пифагора. Проекция скорости на ось Oy останется такой же, как и при неподвижном корабле:

$$v_{BC_1Y} = \frac{L_{OA}}{t_C - t_B} = 2 \text{ м/с.}$$

Проекция скорости на ось Ox будет вычисляться по формуле:

$$v_{BC_1X} = \frac{L_{AB}}{t_C - t_B} - v = 18 \text{ м/с.}$$

Итоговая скорость:

$$v_{BC_1} = \sqrt{v_{BC_1X}^2 + v_{BC_1Y}^2} \approx 18 \text{ м/с.}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	x_B , м	y_A , м	y_B , м	t_A , с	t_B , с	t_C , с	v , м/с	L , м	v_{OA} , м/с	v_{AB} , м/с	v_{BC} , м/с	v_{AB_1} , м/с	v_{BC_1} , м/с
1	1000	100	100	10	60	110	2	2105	10	20	20	22	18
2	2300	450	450	17	120	210	2	5094	26	22	26	24	21
3	850	140	140	8	100	150	3	1851	18	9	17	12	7
4	850	220	220	23	300	500	4	1948	10	3	4	7	1
5	800	100	100	9	100	210	5	1706	11	9	7	14	4
6	2100	380	380	19	120	210	1	4614	20	21	24	22	20
7	950	140	140	9	140	235	2	2050	16	7	10	9	5
8	1900	280	280	15	120	255	2	4101	19	18	14	20	16
9	2100	320	320	14	100	235	3	4544	23	24	16	27	22

10	1300	290	290	15	120	225	5	2922	19	12	13	17	8
11	900	140	140	10	80	140	1	1951	14	13	15	14	12
12	950	160	160	19	70	135	4	2073	8	19	15	23	15
13	2200	350	350	12	100	350	3	4778	29	25	9	28	22
14	1800	270	270	13	120	300	5	3890	21	17	10	22	12
15	800	210	210	9	140	280	5	1837	23	6	6	11	2
16	1000	360	360	16	90	180	5	2423	23	14	12	19	9
17	950	200	200	9	100	250	5	2121	22	10	6	15	6
18	2600	520	520	23	120	320	3	5771	23	27	13	30	24
19	850	200	200	23	200	470	2	1923	9	5	3	7	3
20	800	160	160	9	160	280	5	1776	18	5	7	10	1

Задание 3. Вариант 1. Термопот — это термос, внутри которого установлен электрический нагревательный элемент. Нагревательный элемент поддерживает требуемую температуру, т. е. включается, если температура воды опускается ниже заданной, и выключается, когда равна (или выше). Термопот питается от сети напряжением 220 В и имеет мощность 1 кВт. Считайте, что вся электрическая энергия идёт на нагрев воды. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°С), плотность — 1000 кг/м³.

а) На какую минимальную силу тока должен быть рассчитан защитный автомат, через который будет подключён термопот?

Ответ: 6 А

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Напряжение в электрической сети упало до 180 В. Какую мощность будет иметь термопот? Ответ выразите в киловаттах, округлите до сотых.

Ответ: 0.67

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) В термопот залили 5 л воды при температуре 20 °С. За какое время вода нагреется до 80 °С? Ответ выразите в минутах, округлите до десятых.

Считайте, что в этом и последующих вопросах термопот вновь подключён к сети с напряжением 220 В.

Ответ: 21.0

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

г) Какой максимальный объём воды можно довести до температуры 70 °С за 5 минут, если её начальная температура 15 °С? Ответ выразите в литрах, округлите до десятых.

Ответ: 1.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

д) Нетерпеливый школьник залил в термопот 5 л воды при температуре 20 °С. Через каждую минуту он отливал в пустой стакан по 100 г воды и измерял её температуру. Через сколько минут вода в стакане имела температуру выше 30 °С? Теплоёмкостью стакана пренебrecь. Ответ округлите до целых.

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Защитный автомат разрывает электрическую цепь, если сила тока больше той, на которую он рассчитан. Согласно описанию термопота, сила тока в цепи $I = \frac{P}{U} = \frac{1000}{220} = 4.55$ А. Из предложенных вариантов минимальное номинальное значение тока защитного автомата, при котором термопот будет нормально работать, равно 6 А.

б) При разных напряжениях сети у термопота остаётся неизменным сопротивление нагревательного элемента. Вспоминая закон Джоуля–Ленца $P = UI$ и закон Ома $I = U/R$, находим, как изменяется мощность при изменении напряжения: $P = \frac{U^2}{R}$. Через отношение находим новую мощность:

$$P_1 = P_0 \cdot \frac{U_1^2}{U_0^2} = 1000 \cdot \frac{180^2}{220^2} = 669 \text{ Вт} = 0.67 \text{ кВт.}$$

в) Составим уравнение теплового баланса (электрическая энергия расходуется на нагрев воды):

$$P \cdot \tau = V \cdot \rho \cdot C \cdot \Delta t.$$



Плотность для удобства примем равной $\rho = 1$ кг/л.

Время нагрева:

$$\tau = \frac{V \cdot \rho \cdot C \cdot \Delta t}{P} = \frac{5 \cdot 1 \cdot 4200 \cdot (80 - 20)}{1000} = 1260 \text{ с} = 21 \text{ мин.}$$

г) Как и в предыдущем пункте,

$$P \cdot \tau = V \cdot \rho \cdot C \cdot \Delta t \text{ и } \rho = 1 \text{ кг/л.}$$

Искомый объём:

$$V = \frac{P \cdot \tau}{\rho \cdot C \cdot \Delta t} = \frac{1000 \cdot 5 \cdot 60}{1 \cdot 4200 \cdot 55} = 1.3 \text{ л.}$$

д) Обозначим начальную температуру $t_0 = 20^\circ\text{C}$, $\tau = 60$ с. Составим уравнение теплового баланса для i -й минуты:

$$P\tau = m_i C \Delta t_i,$$

откуда найдём временную отметку, на которой температура станет больше 30°C .

i	m_i , кг	$t_i = t_{i-1} + \Delta t_i$, $^\circ\text{C}$
1	5	22.86
2	4.9	25.71
3	4.8	28.63
4	4.7	31.61

После 4 минуты температура превысила 30°C .

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

№ варианта	U , В	P , кВт	U_1 , В	V , л	t_0 , $^\circ\text{C}$	t_1 , $^\circ\text{C}$	t'_2 , $^\circ\text{C}$	t_2 , $^\circ\text{C}$	t_3 , $^\circ\text{C}$	t'_3 , $^\circ\text{C}$	I , А	P_1 , кВт	τ , мин	V , л	τ_2 , мин
1	220	1	180	5	20	80	70	15	20	30	6	0.67	21	1.3	4
2	125	1.2	119	4.5	15	70	65	20	20	28	10	1.09	14.4	1.9	3
3	380	1.4	353	4	10	75	59	30	25	40	4	1.21	13	3.4	4
4	220	1.6	200	3.5	25	85	66	30	20	35	10	1.32	9.2	3.2	4
5	125	1.8	111	3	20	90	70	17	25	40	16	1.42	8.2	2.4	3
6	380	2	331	5	15	80	65	30	30	52	6	1.52	11.4	4.1	4
7	220	2.1	187	4.5	10	70	65	20	30	53	10	1.52	9	3.3	4
8	125	2.4	104	4	25	75	90	15	15	40	20	1.66	5.8	2.3	4
9	380	2.6	308	3.5	20	85	80	20	30	50	10	1.71	6.1	3.1	3
10	220	2.8	174	3	15	90	90	15	15	33	16	1.75	5.6	2.7	3
11	125	1	96	5	10	80	70	25	15	22	10	0.59	24.5	1.6	3
12	380	1.2	285	4.5	25	70	65	15	25	37	4	0.68	11.8	1.7	4
13	220	1.4	161	4	20	75	80	25	30	45	10	0.75	11	1.8	4
14	125	1.6	89	3.5	15	85	65	30	15	26	16	0.81	10.7	3.3	3
15	380	1.8	262	3	10	90	70	20	20	40	6	0.86	9.3	2.6	4
16	220	2	147	5	25	80	70	30	20	40	10	0.89	9.6	3.6	4
17	125	2.2	81	4.5	20	70	65	23	15	40	20	0.92	7.2	3.7	4
18	380	2.4	239	4	15	75	60	15	25	49	10	0.95	7	3.8	4
19	220	2.6	134	3.5	10	85	90	15	30	48	16	0.96	7.1	2.5	3
20	125	2.8	74	3	25	90	80	10	25	43	25	0.98	4.9	2.9	3